

Posudek oponenta diplomové práce

Bc. Veronika Králová: Random marked sets

V předložené práci jsou studovány modely konečných bodových procesů úseček v rovině. Rozdělení těchto procesů jsou dána hustotou vzhledem k rozdělení Poissonova procesu. Cílem je odhadnout parametry modelu na základě pozorované realizace. Diplomantka se rovněž zabývá odhadem entropie rozdělení směrů úseček Poissonova procesu. Součástí práce jsou odhady pro reálná biologická data.

Práce je rozdělena do čtyř kapitol. První kapitola shrnuje potřebné základy z teorie bodových procesů a představuje dva modely procesů úseček. Pro rozdělení směrů úseček autorka volí von Misesovo rozdělení, jehož entropii spočetla a určila limitní hodnotu pro zvětšující se parametr rozdělení. Druhá kapitola popisuje metody simulace homogenního Poissonova procesu v kruhovém okně, náhodných veličin s von Misesovým rozdělením a bodových procesů úseček s hustotou. Ve třetí kapitole je vysvětlena Takacsova-Fixelova metoda pro odhad parametrů modelu. Dále je pro neparametrický odhad entropie použit jádrový odhad hustoty rozdělení směrů. Na závěr je zmíněn maximálně věrohodný odhad parametrů von Misesova rozdělení pro nezávislá pozorování. I když je v názvu třetí kapitoly kromě odhadu i testování hypotéz, není zde druhé téma vůbec zmíněno. Poslední kapitola je věnována numerickým výsledkům. Jsou prezentovány výsledky odhadů pro simulovaná i reálná data.

Téma práce je zajímavé a aktuální, zároveň však pro studentku oboru *Finanční a pojistná matematika* určitě nebylo jednoduché. Diplomantka se musela seznámit s teorií kótovaných bodových procesů, s metodami prostorové statistiky a se simulačními metodami MCMC. Zadání i název práce slibují studium náhodných kótovaných množin. To se úplně nestalo, ale hlavní pozornost je věnována modelu, který se dá chápat jako speciální případ náhodné kótované množiny.

Vlastním příspěvkem práce je použití Takacsovy-Fixelovy metody na odhad parametrů konkrétního studovaného procesu úseček. Nezanedbatelným vlastním přínosem je také analýza reálných dat ve čtvrté kapitole. Výpočty odhadů diplomantka prováděla v programu Mathematica.

Matematická úroveň práce je slušná. Je škoda, že se autorka nevyvarovala několika nepřesností při přebírání některých výsledků z literatury, např. chybějící ξ_i u X v definicích 13 a 14 nebo ϵ_i místo ξ_i v (3.12). Faktických chyb není v práci velký počet a většinou se jedná o zjevné překlady či nepozornost ($\psi(\xi)$ na str. 7, chybějící dvojky v důkazu věty 2, X místo Ψ v (3.1), \mathbb{N} za (3.1), používání \ln a \log pro stejnou funkci). Formální úprava práce je na dobré úrovni. Zdroje, z nichž práce vychází, jsou řádně citovány. Po jazykové stránce by se práce, která je psaná anglicky, ještě dala vylepšit, zvláště používání členů a časování sloves není vždy v pořádku. Také u českého abstraktu je vidět, že se nejedná o mateřský jazyk autorky.

K obsahu práce mám následující připomínky a dotazy.

1. Na str. 5 se tvrdí, že míra intenzity je lokálně konečná (případně, že funkce intenzity je lokálně integrovatelná). Není jasné, jestli tohle je závěr nebo předpoklad.
2. Už v poznámce na str. 10 se používá von Misesovo rozdělení, které je potom o stránku později zavedeno pořádně, ale na jiném intervalu. Je nějaký důvod, proč ho jednou používat na $[0, \pi)$ a pak na $[0, 2\pi)$? Nebylo by lepší ho rovnou uvažovat pouze na

$[0, \pi)$, jak se pak potřebuje v dalších kapitolách? Zjednodušily by se tím i úvahy v podkapitole 2.2.

3. Podkapitola 1.4 věnovaná riemannovským varietám moc nezapadá do obsahu práce, ve které se ve skutečnosti potřebuje jenom velmi speciální varieta, a to interval $[0, \pi)$. V podkapitole 3.2 je pak převzat výsledek z preprintu Alonso-Ruiz a Spodarev (2015) se všemi technickými předpoklady. Pro tuto diplomovou práci by mi přišlo vhodnější, kdyby se autorka pokusila přeformulovat větu pro případ intervalu $[0, \pi)$. Podobná poznámka platí pro podkapitolu 3.3, ve které je převzata věta s konzistencí odhadu entropie.
4. V podkapitole 4.3 jsou jádrové odhady hustoty a příslušné odhady entropie spočteny z pozorovaných úsečků, které mezi sebou interagují. Pak už hustota směrů neodpovídá hustotě vstupující do modelu, jak je správně ukázáno ve větě 3. Potom není jasné, jak vlastně interpretovat výsledky v obrázku 4.7 a v tabulce 4.5.
5. V podkapitole 4.4.2 je řečeno, že se simulují realizace s parametry podle tabulky 4.6, které odpovídají Poissonovu procesu ($\theta_2 = 0$). Proč se tedy používá algoritmus 2 a negeneruje se přímo Poissonův proces?

Výše uvedené připomínky nemají vliv na to, že práci považuji za kvalitní. Studentka prokázala schopnost nastudovat a porozumět složitějším tématům, provedla netriviální numerické výpočty a vše přehledně sepsala. Posuzovaná diplomová práce splňuje požadavky na ni kladené a **doporučuji ji uznat jako diplomovou práci na MFF UK.**

V Praze, 1. června 2016

doc. RNDr. Zbyněk Pawlas, Ph.D.